

Приложение теории самоорганизованной критичности к исследованию социополитических процессов

Д. ЖУКОВ

Теория самоорганизованной критичности (СОК) довольно активно используется в естественных науках для изучения широкого круга явлений. Имеет место проникновение идей СОК и в социогуманитарные дисциплины. Задача этой статьи состоит в том, чтобы рассмотреть эвристические возможности применения теории СОК в исследовании социополитических процессов. Нас интересует, какое именно знание мы можем извлечь из использования подходов и инструментария СОК и как именно.

Анализ существующих подходов. Пер Бак совместно с рядом исследователей [15; 16] разработал понятие «самоорганизованная критичность» для обозначения некоторого универсального состояния различных систем. Если система пребывает в состоянии критичности, то любой (даже кратковременный и несильный) импульс (внешний или внутренний) не гасится, а вызывает причинно-следственные цепочки, охватывающие всю систему. Таким образом, локальные причины обуславливают глобальные последствия. Соразмерность причин и следствий нарушается. Состояние критичности возможно для систем, обладающих определенными свойствами: многокомпонентность, наличие многочисленных петель обратных причинно-следственных связей, чувствительность к незначительным внешним воздействиям и др.

П. Бак показал, что такие системы склонны к так называемым «лавинам» – самопроизвольному разбалансированию и срыву основных параметров в бесконечность без хорошо заметных, видимых, причин. На самом деле причины, конечно, есть всегда. С теорией СОК мы связываем макроуровневую динамику систем с многочисленными микроуровневыми событиями. Именно самоорганизация микроуровневых процессов и вызывает «лавины», которые на первый взгляд представляются спонтанными.

Любая система порождает множество сигналов или, другими словами, процессов/шумов. Сигналом, который издает система, может быть запись изменения ее свойств во времени (например, колебания уровня реки) или событийный ряд, который она генерирует (например, число сделок по месяцам на бирже в течение нескольких лет).

Внутри системы, функционирующей в режиме СОК, совокупность микроуровневых событий и их последствий создает колебания разных масштабов – розовый шум ($1/f$ -шум, фликкер-шум), который является атрибутом СОК. Такое название возникло из-за того, что спектральная плотность – распределение мощности по частотам – такого сигнала аналогична параметрам розового видимого света.

Состояние критичности, как правило, вызывает скоротечный кризис (скачкообразную трансформацию) системы. Розовый шум в этой связи можно назвать предвестником катастрофы. Однако известно множество реальных систем, которые генерируют розовый шум чрезвычайно долго. Такие системы (благодаря некоторым механизмам поддержания гомеостазиса) способны пребывать в норме в состоянии, близком к срыву в критическое «пике».

Системы, пребывающие в состоянии СОК, обнаруживаются благодаря розовому шуму (см. рис. 1). Теория СОК разработана под значительным воздействием идей фрактальной геометрии [14; 25]. Розовый шум – это своего рода фрактальная волна. Для него свойственна масштабная инвариантность (самоподобие) – совмещение в одном процессе событий всех масштабов: незначительных всплесков, средних волн, грандиозных цунами. Исследователи отмечают, что розовый шум широко распространен в природе и обществе и является своего рода «голосом вселенной».

Жуков Дмитрий Сергеевич, канд. ист. наук, доцент кафедры международных отношений и политологии Тамбовского государственного университета им. Г.Р. Державина. E-mail: ineternatum@mail.ru

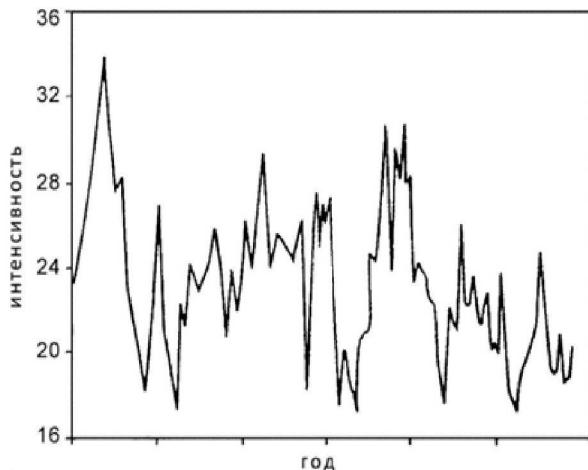


Рис. 1. Пример 1/f-шума – излучение квазара за 80 лет [2, 68]

Для того чтобы показать, как абстрактные конструкты «самоорганизованная критичность» и «розовый шум» воплощаются в реальных системах (будь то физических, биологических, социальных и прочих), П. Бак использует понятие «прерывистого равновесия»: «Системы с прерывистым равновесием сочетают в себе черты замороженных, упорядоченных систем и хаотических, неупорядоченных систем. Эти системы могут помнить о своем прошлом благодаря длительным периодам застоя, позволяющим сохранять то, чему они научились на протяжении своей истории, имитируя поведение замороженных систем; вместе с тем они могут эволюционировать благодаря внезапным вспышкам активности. <...> Нерегулярным масштабным вспышкам нет места в равновесных системах, но они повсеместно встречаются в истории, биологии и экономике. <...> Сложное состояние существует на границе между предсказуемым периодическим поведением и непредсказуемым хаосом» [2, 74–75].

Розовый шум является процессом, который подчинен некоторому статистическому степенному закону. Степенные законы обнаруживают обратно пропорциональную зависимость между свойствами объектов. Известный пример такого рода – закон Гутенберга-Рихтера, в соответствии с которым сила землетрясений обратно пропорциональна их частоте: сильных землетрясений происходит мало, средней силы – среднее количество, а слабых – много. Для розового шума верно следующее утверждение: чем выше часто-

та сигнала (то есть чем больше число колебаний за единицу времени), тем меньше их амплитуда, и наоборот. Степенные законы проявляются во многих явлениях и носят фундаментальный характер, являясь своего рода альтернативой нормальному распределению Гаусса.

В теоретико-методологических и обзорных работах [21; 23; 24; 26; 28; 32], включая труды П. Бака и его коллег, можно обнаружить многочисленные утверждения, что социальные процессы могут быть поняты и интерпретированы в духе теории СОК. Д. Тьюкот [31; 32], Г.Г. Малинецкий [12], М. Бьюкенен [21], Г. Бранк [18; 19; 20] показали, что самоорганизованная критичность является весьма распространенным феноменом не только в физической, но и в социальной реальности. Л.И. Бородкин больше десяти лет назад отметил потенциально высокую эвристическую продуктивность приложений теории СОК к исследованию социополитических процессов [3]. Однако как в России, так и за рубежом, несмотря на огромные успехи теории СОК в естественных дисциплинах, данная теория редко используется для анализа конкретных социальных феноменов. Исключением является только сфера экономики, в рамках которой теория СОК становится весьма популярной как инструмент анализа ценовой динамики. Вместе с тем парадигма теории хаоса, в русле которой осуществляется развитие идей СОК, в целом близка концепциям российских исследователей [1; 4; 5; 6; 13; 34].

К числу ранних попыток доказать наличие СОК в социальной реальности (а именно – в

истории войн) относится работа Д. Робертса и Д. Тьюкота [29]. Л.-Е. Цедерман [22] предпринял исследование с аналогичными задачами. В работе М. Биггса [17] степенные законы обнаруживаются в «классовых конфликтах» в Чикаго и в стачках в Париже в конце XIX в. В 2014 г. С. Пиколи, М. дель Кастилло-Массот, Х. Рибейро, Е. Ленци, Р. Мендес опубликовали работу, в которой обнаружили степенной закон в распределении «событий с применением силы» в Ираке, Афганистане и Северной Ирландии [27].

В России приложением теории СОК в социогуманитарных дисциплинах (за исключением экономики) занимается довольно небольшое число исследователей – в частности, сотрудники Центра фрактального моделирования [9]. Инструменты и подходы СОК были применены нами для анализа и интерпретации ряда исторических процессов. В наших статьях детально представлены процедуры спект-

рального анализа и идентификации розового шума [7], а также дан обзор литературы по приложениям СОК в социогуманитарном исследовательском пространстве [10].

Идентификация розового шума. Идентификация некоторого процесса/сигнала как розового шума является необходимым условием для обращения к объяснительным схемам теории СОК с целью интерпретации устройства и динамики системы, которая генерирует данный сигнал.

Для идентификации необходимо провести спектральный анализ с помощью быстрого преобразования Фурье. В результате исходный сигнал разлагается на множество простых гармоник. Частота и мощность каждой гармоники, пропорциональная квадрату амплитуды, отражаются на спектограмме в виде точки, а весь сложный сигнал – в виде множества точек соответственно (см. рис. 2(А)).

Б

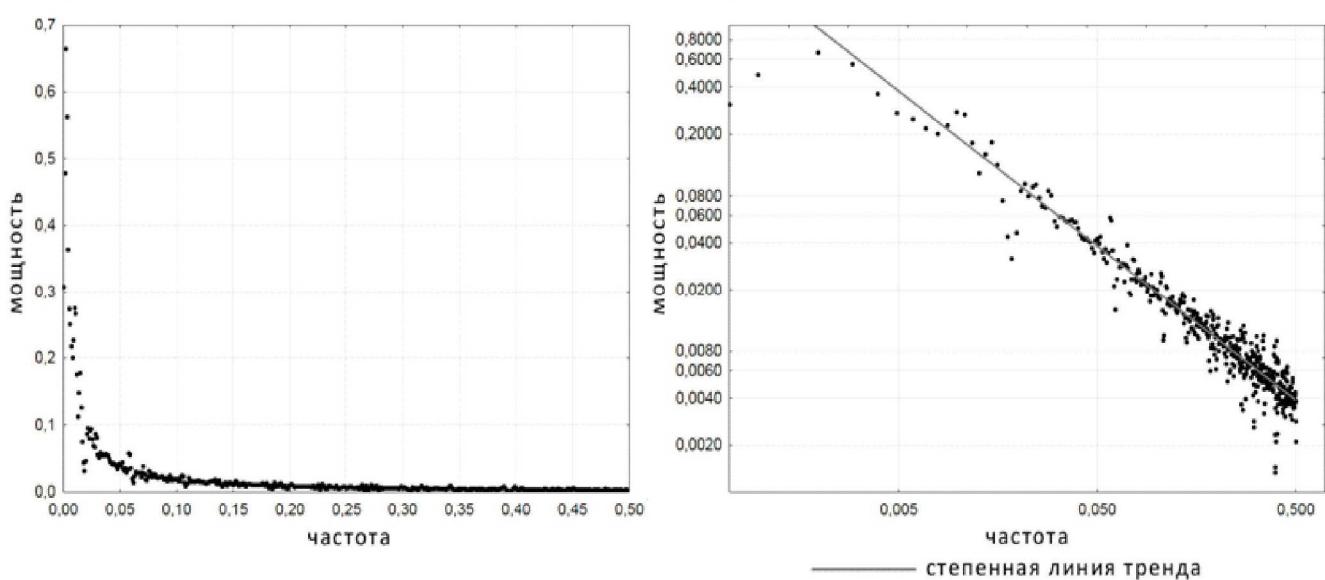


Рис. 2. Спектrogramма одного образца искусственного розового шума в линейных координатах (А) и в двойных логарифмических координатах (Б)

Если совокупность точек на спектограмме хорошо аппроксимируется степенной линией тренда, то статистическая зависимость между мощностью и частотой изучаемого сигнала имеет следующий вид:

$$S = v f^\alpha, \quad (1)$$

где f – частота; S – мощность; v – коэффициент, выражающий соотношение единиц S и f ; α – показатель степени.

Обратная пропорциональность выражается гиперболой (рис. 2(А)), однако в логарифмических координатах, которые обычно используются для построения спектrogramм, гипербола выглядит как прямая линия (рис. 2(Б)).

В соответствии с формулой (1) также можно описать белый и коричневый шумы, которые типологически граничат с розовым (рис. 3).

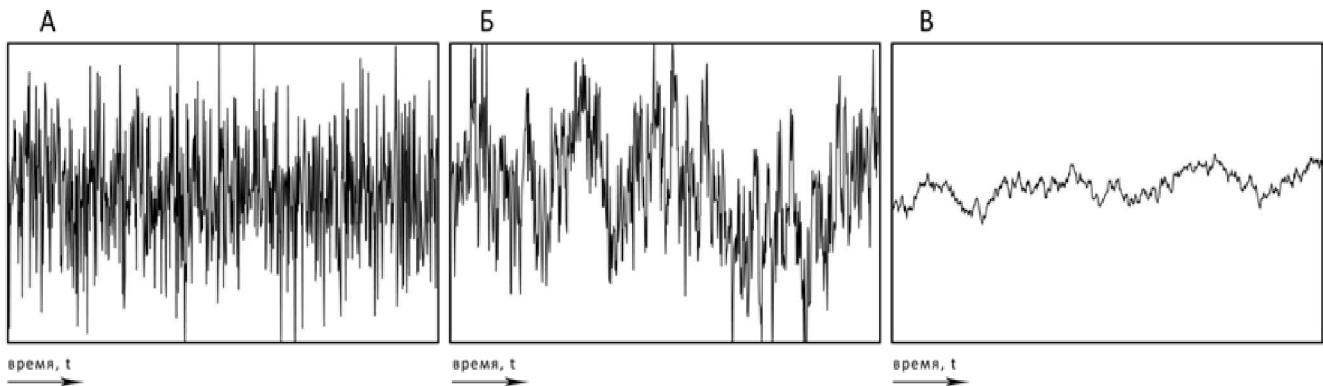


Рис. 3. Образцы белого (A), розового (Б) и коричневого (В) шумов

Ключевой величиной для идентификации цвета шума является показатель степени α . Если $\alpha = 0$, то сигнал является белым шумом: линия тренда на спектрограмме будет горизонтальной. В белом шуме гармоники разной частоты имеют равные шансы быть одинаково мощными, подобно тому, как белый свет имеет сложный спектральный состав и совмещает в себе разные цвета.

При $\alpha = 2$ такой шум считается коричневым (броуновским). Наклон прямой в этом случае будет несколько ближе, чем у розового шума, к вертикали. По аналогии с цветом видимого спектра коричневый шум должен был бы называться красным – и именно такое название используется в англоязычной литературе. Зачастую также используется наименование «бронновский», так как броуновское «блуждание» частицы генерирует именно красный шум. Но в русскоязычном исследовательском пространстве утвердилось обозначение «коричневый», которое изначально возникло, очевидно, в результате ошибочного перевода слова «Brownian» как «коричневый».

Идеальный розовый шум имеет $\alpha = 1$. Однако в природе идеальных процессов не бывает. П. Бак указывал, что «степень α [для розового шума] может принимать значения от 0 до 2» [2, 69]. На границах этого диапазона розовый шум постепенно переходит в белый или коричневый.

Цвета связаны с соответствующими качественными свойствами процессов. Белый шум (рис. 3(А)) – это абсолютный хаос, где каждое

событие или состояние ни от чего не зависит. Коричневый шум (рис. 3(В)) – это процесс с короткой и сильной памятью: каждое последующее событие или состояние зависит от непосредственно предшествующего. Розовый шум (рис. 3(Б)) занимает промежуточное положение. Он, подобно белому, наполнен случайными событиями: каждая последующая точка данных не зависит от предыдущей. Но в целом розовый шум обладает некоторой закономерностью, имеет долговременную память, связывающую всю совокупность событий. Это нечто среднее между абсолютным хаосом и идеальной упорядоченностью.

В соавторстве с коллегами нами была выдвинута гипотеза о том, что изменение цвета исследуемого сигнала может быть индикатором качественной трансформации социальной системы, которая генерирует исследуемый сигнал [8]. В самом простом случае для обнаружения такой трансформации достаточно сравнить величины α двух разных по времени (и приблизительно одинаковых по длительности) периодов одного того же процесса. Однако такой прием (условно назовем его метод 1) не позволяет точно локализовать во времени обнаруженную трансформацию.

Дело в том, что спектральный анализ невозможно проделать с небольшим количеством данных. Кроме того, в силу фундаментальных причин при уменьшении числа исходных данных, то есть при сокращении длительности изучаемых рядов, точность измерения величины α падает. В результате

экспериментов с тестовыми образцами искусственного розового шума разной длины мы пришли к выводу, что определить величину α с погрешностью до 20 % можно при наличии 75 и более точек данных [11]. Это количество мы приняли как стандартное минимальное требование к исходным данным для наших исследований.

75 точек данных могут представлять 75 лет или 75 месяцев или иной период в зависимости от избранного единичного отрезка времени, на котором осуществлялись замеры. Чтобы наблюдать переход систем из одного состояния в другое с разрешением более 75 точек, мы с коллегами предложили метод, который предусматривает вычисление индекса метаморфизации m , косвенно свидетельствующего об изменении цвета шума с разрешением до 10 точек данных [8].

Применение теории СОК для изучения социально-политических процессов. После обнаружения розового шума возникает вопрос: как выстраивать качественные интерпретации исследуемой системы, какие собственно политологические или социологические выводы можно сделать из установления размера величины α в диапазоне от 0 до 2? Рассмотрим далее опыт применения данных методик в социальных науках.

В ряде работ можно встретить сугубо позитивистский подход: идентификация розового шума подталкивает исследователей к уподоблению изучаемой социальной системы другим, более изученным – как правило, физическим – системам, которые также генерируют розовый шум. Конечно, такой прием позиционируется лишь как способ эвристического поиска и подбора научных метафор. В качестве примера можно привести статью С. Пиколи и коллег [27]. Они установили, что распределение «насильственных событий» в Северной Ирландии в 1969–2001 гг., в Ираке в 2003–2005 гг. и в Афганистане в 2008–2010 годах подчиняются степенному закону, сходному с закономерностью, свойственной землетрясениям. Исследователи сделали следующий вывод: «Возникновение землетрясений связано со [скоротечной]

релаксацией накопленного напряжения при достижении порогового значения, как это показано в теории самоорганизованной критичности. Аналогично насилиственные события в человеческих конфликтах могут быть связаны с пороговым механизмом. В этом случае описание человеческих конфликтов в терминах СОК кажется правдоподобным. Наши данные соглашаются с этой возможностью, обеспечивая количественную поддержку аналогиям между паттернами человеческих конфликтов и природными явлениями, для которых свойственна самоорганизованная критичность» [27, 3].

Более распространенный прием связан с уподоблением социальных систем некоторым искусственным сообществам – агентно-ориентированным моделям (АОМ), которые также генерируют розовый шум [31; 33]. АОМ как модельная парадигма возникла до появления теории СОК и является весьма влиятельной – если не самой влиятельной на Западе – технологией имитационного моделирования. Оказалось, что эффекты, описываемые теорией СОК, обнаруживаются в агентно-ориентированных моделях. Среди таких эффектов можно отметить следующие: типпинг (опрокидывание) – взрывообразная трансформация сообщества, спонтанная активность; способность агентов (юнитов сообщества) к самоорганизации в неупорядоченной совокупности малых групп; возбуждение, поддержание и самоусиление процессов, ведущих к типпингу, через петли обратных связей; необходимость внешнего – хотя и несильного – начального импульса или импульсов для запуска процессов системной дестабилизации; слабость трансформационных процессов в начальной фазе в противовес их силе и скоротечности перед типпингом и пр.

В качестве примера такого подхода можно привести одну из первых работ, трактующих социополитические процессы в духе СОК. В конце 1990-х годов Д. Робертс и Д. Тьюкот проанализировали статистику войн с XVI по XX в. и сделали вывод: «Можно качественно интерпретировать крушение порядка в мире, уподобив этот процесс возникновению огня в модели “лесного пожара”. В этой модели [в результате

первоначальной «искры», которая может быть отождествлена с некоторым событием-инициатором – как, например, вторжение в другую страну или убийство политика] иногда возникает пожар, а иногда – нет. Иногда возникает сильный пожар, а иногда – слабый. Но статистика частоты – силы пожаров подчиняется степенному закону. С точки зрения мирового порядка есть небольшие конфликты, которые могут или не могут перерасти в крупные войны. Стабилизирующие и дестабилизирующие влияния, очевидно, весьма сложны. Полученные нами результаты свидетельствуют, что мировой порядок ведет себя как самоорганизованная критическая система, независимая от усилий, предпринимаемых для контроля и стабилизации взаимодействий между людьми и странами» [29, 357].

Имитационное моделирование в духе теории СОК. Имитационные модели – функционирующие в виртуальном пространстве копии реальных систем – служат для проведения виртуальных экспериментов. Моделирование позволяет вырабатывать гипотезы и рассматривать альтернативные сценарии развития при различных управляющих воздействиях.

В качестве мощных исследовательских инструментов в социополитической предметной области несколько десятилетий назад утвердились агентно-ориентированное моделирование, когнитивное картирование и системно-динамическое моделирование. Практически одновременно с появлением теории СОК начали проводиться попытки создания моделей, специально имитирующих основные положения и частные эффекты этой теории. По существу, все такие модели должны быть генераторами розового шума.

Первая подобная модель была создана самим П. Баком в соавторстве с К. Снеппеном [30]. Изначально она предназначалась для имитации общих закономерностей глобального процесса эволюции, но оказалась пригодной и для моделирования ряда других долгосрочных процессов.

П. Бак предлагает следующее описание этой модели: «Мы решили разместить [биологические] виды по кругу. Каждый вид взаимо-

действует с двумя своими ближайшими соседями... В начале вычислительного эксперимента мы связывали с каждым видом случайное число от 0 до 1, [которое является значением приспособленности]... Затем вид с наименьшей приспособленностью заменялся другим видом [со случайным значением приспособленности]... Приспособленность соседей [“выбывшего” вида] просто заменялась новым случайным числом между нулем и единицей. В конечном итоге, наша модель оказалась проще, чем любая модель, придуманная кем-либо для чего-либо: случайные числа выстроены по кругу, на каждом шаге наименьшее число и два его соседа заменяются новыми случайными числами. И это все! Такая процедура повторяется снова и снова... Эта простая схема ведет к гораздо более разнообразному поведению, чем мы можем вообразить. Сложность ее поведения резко контрастирует с простотой ее устройства» [2, 182–184]. Если записать, как изменялась приспособленность видов, то получим розовый шум, включающий как небольшие колебания, так и эволюционные катастрофы и прорывы огромных масштабов. Это и есть прерывистая стабильность.

Для имитации более конкретных и локальных систем коллектив Центра фрактального моделирования разработал генератор розового шума на основе модели Бака–Снеппена. Структура, которая генерирует сигнал в нашей модели, была существенно модифицирована по сравнению с моделью эволюции.

Наша модель представляет собой граф (совокупность связанных факторов), внутри которого по некоторым правилам распространяются импульсы, сформированные в результате изменения величин определенных факторов (то есть в результате «событий»). Пользователь имеет возможность задавать время, «место» (положение в системе связей), величину «события», число «событий», количество тактов (виртуальное время наблюдения процесса). Эти «события» и дают начало импульсам, которые формируют искомый процесс – факторы начинают изменять свои величины в режиме розового шума.

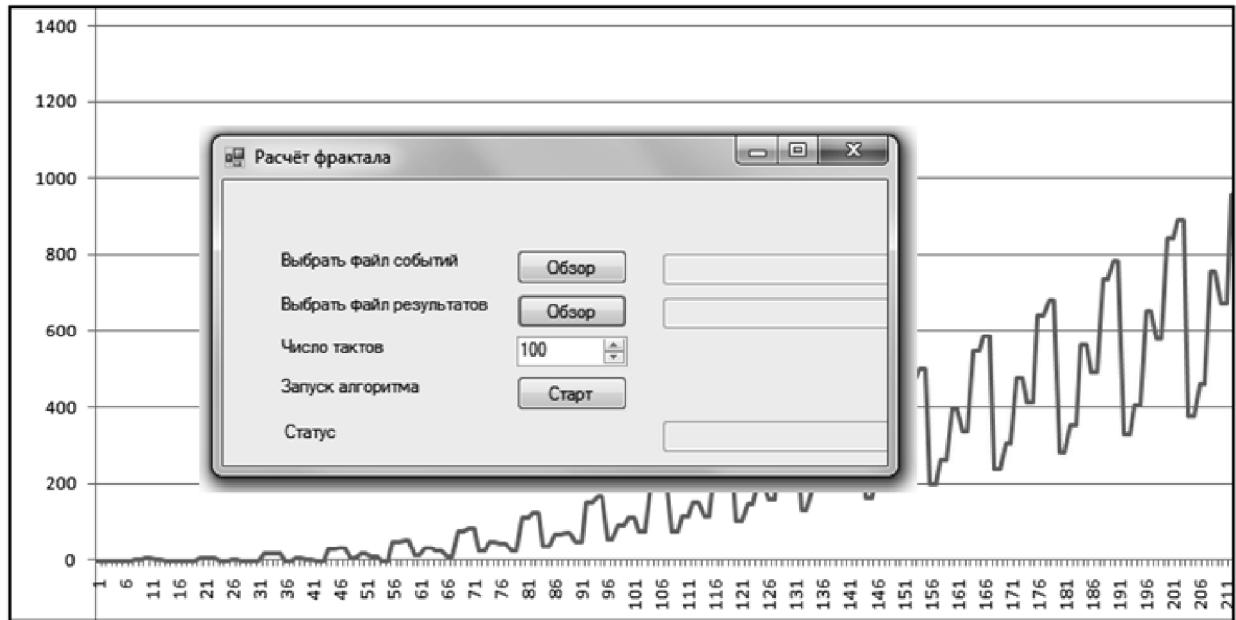


Рис. 4. Диалоговое окно и пример результатов работы программы UV

Разработчиками программного обеспечения (рабочее название UV) (рис. 4) для данной модели являются Ю.И. Мовчко и Е.И. Мовчко. Величина сигнала α на рисунке 4 равна 1,2. В правой части графика видно начало «лавины» – параметры процесса устремляются в бесконечность, что для реальных систем означает катастрофическое разрушение или скачкообразный переход в новое качественно состояние. UV-процесс создается без участия генератора случайных чисел и задается незначительным количеством несильных внешних импульсов, которые вводятся в качестве исходных данных для виртуального эксперимента.

Такой подход к построению модели позволяет в перспективе добиться ее принципиальной интерпретабельности, поскольку

открывает возможность устанавливать соответствие исходных и результирующих модельных данных с состояниями и событиями реальных систем.

Таким образом, использование подходов и инструментария теории самоорганизованной критичности обладает большим эвристическим потенциалом. Теория СОК содержит методы, которые позволяют отследить трансформацию социальных систем и сделать весьма обоснованные заключения относительно их внутреннего устройства, свойств и общей динамики. Приложения СОК к социополитическим процессам интересны еще и потому, что описывают «неожиданные» нелинейные эффекты, спонтанную активность систем, механизмы возникновения катастроф.

Литература

1. Алексеев В.В., Бородкин Л.И., Коротаев А.В., Малинецкий Г.Г., Подлазов А.В., Малков С.Ю., Турчин П.В. Международная конференция «Математическое моделирование исторических процессов» // Вестник Российского фонда фундаментальных исследований. 2007. № 6. С. 37–47.
2. Бак П. Как работает природа: теория самоорганизованной критичности. М.: УРСС, 2013. 276 с.
3. Бородкин Л.И. Методология анализа неустойчивых состояний в политико-исторических
- процессах // Международные процессы. 2005. Т. 3. № 7. С. 4–16.
4. Бородкин Л.И., Владимиров В.Н., Гарскова И.М. Институционализация исторической информатики: к 20-летию АИК // Информационный бюллетень Ассоциации «История и компьютер». 2012. № 39. С. 3–7.
5. Головашина О.В., Жуков Д.С. Нелинейные эффекты динамики социально-политических институтов // Ineternum. 2012. № 2. С. 49–59.
6. Гринин Л.Е., Коротаев А.В., Марков А.В. Макроэволюция в живой природе и обществе. М.: УРСС, 2008. 248 с.

7. Жуков Д.С., Канищев В.В., Лямин С.К. Возможности использования теории самоорганизованной критичности в изучении демографических процессов в российском позднем аграрном обществе // Историческая информатика. 2014. №1. С. 70–91.
8. Жуков Д.С., Канищев В.В., Лямин С.К., Мизис Ю.А. Опыт изучения истории российского хлебного рынка средствами теории самоорганизованной критичности // Историческая информатика. 2015. № 4.
9. Жуков Д.С., Канищев В.В., Лямин С.К., Мовчко Ю.И. Центр фрактального моделирования: развитие инструментария для исследования социальных феноменов // Вестник Пермского университета. Серия: История. 2014. № 3. С. 13–26.
10. Жуков Д.С., Лямин С.К. Подходы и инструментарий теории самоорганизованной критичности в социополитических исследованиях // Pro nunc. Современные политические процессы. 2014. № 1. С. 84–109.
11. Жуков Д.С., Лямин С.К. Проблемы идентификации розового шума в исторических данных // Fractal Simulation. 2015. № 1. С. 17–23.
12. Малинецкий Г.Г. Чудо самоорганизованной критичности // Бак П. Как работает природа: теория самоорганизованной критичности. М.: УРСС, 2013. С. 13–56.
13. Сморгунов Л.В. Сложность в политике: некоторые методологические направления исследований // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 6: Философия. Культурология. Политология. Право. Международные отношения. 2012. № 4. С. 90–101.
14. Шибков А.А., Желтов М.А., Михлик Д.В., Золотов А.Е. Физика и геометрия фракталов. Тамбов: Изд. дом ТГУ им. Г. Р. Державина, 2011. 135 с.
15. Bak P. How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality. New York: Copernicus, 1996. 212 p.
16. Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. Self-organized Criticality // Physical Review A. 1988. Vol. 38. № 1. P. 364–374.
17. Biggs M. Strikes as Forest Fires: Chicago and Paris in the Late Nineteenth Century // American Journal of Sociology. 2005. Vol. 110. № 6. P. 1684–1714.
18. Brunk G.G. Self-Organized Criticality: A New Theory of Political Behaviour and Some of Its Implications // British Journal of Political Science. 2001. Vol. 31. № 2. P. 427–445.
19. Brunk G.G. Why Are So Many Important Events Unpredictable? Self-Organized Criticality as the «Engine of History» // Japanese Journal of Political Science. 2002. Vol. 3. № 1. P. 25–44.
20. Brunk G.G. Why Do Societies Collapse? A Theory Based on Self-Organized Criticality // Journal of Theoretical Politics. 2002. Vol. 14. № 2. P. 195–230.
21. Buchanan M. Ubiquity. The Science of History... or Why the World is Simpler than We Think. London: Weidenfeld & Nicolson, 2000. 288 p.
22. Cederman L.-E. Modeling the Size of Wars: From Billiard Balls to Sandpiles // American Political Science Review. 2003. № 1. P. 135–150.
23. Guastello S.J. Chaos, Catastrophe, and Human Affairs: Applications of Nonlinear Dynamics to Work, Organizations, and Social Evolution. Abingdon: Psychology Press, 2013. 456 p.
24. Kron T., Grund T. Society as a Self-Organized Critical System // Cybernetics & Human Knowing. 2009. Vol. 16. № 1–2. P. 65–82.
25. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. New York: W.H. Freeman and Company, 1982. 468 p.
26. Mathews M.K., White M.C., Long R.G. Why Study the Complexity Sciences in the Social Sciences? // Human Relations. 1999. Vol. 52. № 4. P. 439–462.
27. Picoli S., Castillo-Mussot M. del, Ribeiro H. V., Lenzi E. K., Mendes R. S. Universal bursty behaviour in human violent conflicts // Scientific Reports. 2014. Vol. 4. P. 1–3.
28. Pinto C.M.A., Mendes Lopes A., Machado J.A.T. A Review of Power Laws in Real Life Phenomena // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2012. Vol. 17. № 9. P. 3558–3578.
29. Roberts D.C., Turcotte D.L. Fractality and Self-Organized Criticality of Wars // Fractals. 1998. Vol. 6. № 4. P. 351–358.
30. Sneppen K., Bak P., Flyvbjerg H., Jensen M.H. Evolution as a self-organized critical phenomenon // Proceedings of the National Academy of Sciences. 1995. Vol. 92. № 11. P. 5209–5213.
31. Turcotte D.L. Self-organized criticality // Reports on Progress in Physics. 1999. Vol. 62. № 10. P. 1377.
32. Turcotte D.L., Rundle J.B. Self-organized Complexity in the Physical, Biological, and Social Sciences // Proceedings of the National Academy of Sciences. 2002. Vol. 99. № 1. P. 2463–2465.
33. Weisbuch G., Solomon S., Stauffer D. Social Percolators and Self Organized Criticality // Economics with Heterogeneous Interacting Agents Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems / Ed. by A. Kirman, J.-B. Zimmermann. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2001. P. 43–55.
34. Zhukov D., Kanischev V., Lyamin S. Fractal Modeling of Historical Demographic Processes // Historical Social Research. 2013. Vol. 38. № 2. P. 271–287.